Dr. M. Bier (bier@is.mpg.de)
M.Sc. H. Bartsch

Physik der Flüssigkeiten: Vertiefung **SoSe 2018**

4. Übungsblatt (`http://www.is.mpg.de/dietrich/lehre/PdF`) **17. Juli 2018**

9. *Kritische Verlangsamung (critical slowing down)*

In §D.3.3 wurde gezeigt, dass die Dichte-Fluktuationen eines homogenen Fluids mit Wellenzahl $\mathbf{q}$ auf der Zeitskala

$$\tau_{\mathbf{q}} = \frac{S(\mathbf{q})}{D\mathbf{q}^2} \tag{1}$$

relaxieren, wobei $S(\mathbf{q})$ der statische Strukturfaktor und D die Diffusionskonstante ist.

Diskutieren Sie das Verhalten der Relaxationszeit $\tau_{\mathbf{q}}$ an einem kritischen Punkt. Drücken Sie insbesondere den *dynamischen Exponenten* $\bar{z}$ mit $\tau_{\mathbf{q}} \sim |\mathbf{q}|^{-\bar{z}}$ durch den kritischen Exponenten $\bar{\eta}$ aus.

10. *Spinodale Entmischung*

Gemäß Gl. (D.3.19) gilt für kleine Dichte-Fluktuationen $\delta\varrho(\mathbf{r}, t) = \varrho(\mathbf{r}, t) - \bar{\varrho}$ eines homogenen Fluids mit Dichte $\bar{\varrho}$

$$\frac{\partial\widehat{\varrho}(\mathbf{q}, t)}{\partial t} = \widehat{\varrho}(\mathbf{q}, 0)\exp\left(-D\mathbf{q}^2\left(1 - \bar{\varrho}\,\widehat{c}(\mathbf{q}, \bar{\varrho})\right)t\right). \tag{2}$$

Dabei ist $c(\mathbf{r}, \bar{\varrho})$ die direkte 2-Teilchen-Korrelationsfunktion des homogenen Fluids mit Dichte $\bar{\varrho}$.

Betrachten Sie ein freies Energie-Funktional $\beta F[\varrho]$ in SGA:

$$\beta F[\varrho] = \int_{\mathcal{V}} \mathrm{d}^d r \left(\beta f(\varrho(\mathbf{r})) + \frac{\beta u}{2}\left(\nabla\varrho(\mathbf{r})\right)^2\right) \tag{3}$$

mit dem lokalen Beitrag $\beta f(\varrho)$ und der positiven Konstanten $u > 0$.

(a) Bestimmen Sie die Abklingrate $\omega_{\mathbf{q}} := D\mathbf{q}^2\left(1 - \bar{\varrho}\,\widehat{c}(\mathbf{q}, \bar{\varrho})\right)$ in Gl. (2).

(b) Durch schnelles Abkühlen sei das Fluid unter die Spinodalen des Phasendiagramms gebracht worden. Diskutieren Sie die Abklingrate $\omega_{\mathbf{q}}$ als Funktion der Wellenzahl $\mathbf{q}$. Bestimmen Sie den Wellenzahlbereich der anwachsenden und den der abklingenen Moden. Welche Moden zeigen das schnellste Wachstum.

(c) Diskutieren Sie die zeitliche Entwicklung der spinodalen Entmischung in den folgenden Abbildungen: